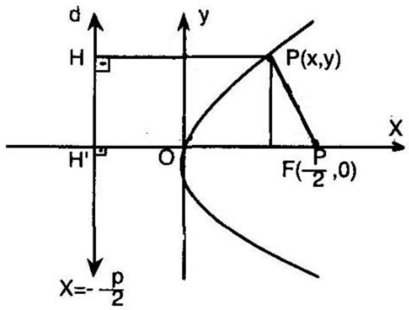
5. BÖLÜM
PARABOLÜN ANALİTİĞİ ve KONİKLER

PARABOL ve PARABOLÜN DENKLEMİ

İkinci dereceden fonksiyonlar konusunda ikinci dereceden fonksiyonun grafiğine parabol adı verilmişti. Orada parabol fonksiyon olarak incelenmişti. Burada parabol analitik olarak incelenecektir.

5.1.Tanım: Düzlemde sabit bir nokta ve sabit bir doğruya eşit uzaklıkta bulunan noktaların geometrik yerine (kümesine) parabol denir.



$|HP| = |PF|$ ve $|HO| = |OF| = -\frac{p}{2}$

Tanımda adı geçen sabit nokta grafikteki F noktası olup aynı zamanda parabolün odağıdır. $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ dır. Sabit doğru d doğrusu olup aynı zamanda parabolün doğrultmanıdır.

5.2. Tanım: Bir parabolün odağı x ekseni üzerinde ise x eksenine simetri ekseni, odağı y ekseni üzerinde ise y eksenine simetri ekseni denir.

5.3. Tanım: Merkezi orijinde ve eksenleri koordinat eksenleri olan parabole merkezil parabol denir.

5.1. Teorem: Bir merkezil parabolün denklemi;

$$y^2 = 2px$$

dir.

İspat: Parabol üzerindeki bir nokta P(x, y) ise $|PF| = |PH|$ dir.

$$\sqrt{\left(x-\frac{p}{2}\right)^2 + y^2} = x + \frac{p}{2}$$

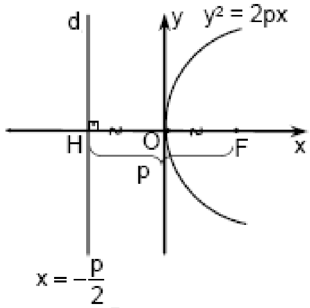
$$x^2 - 2x\frac{p}{2} + \frac{p^2}{4} + y^2 = x^2 + 2x\frac{p}{2} + \frac{p^2}{4}$$

$$y^2 = 2px$$

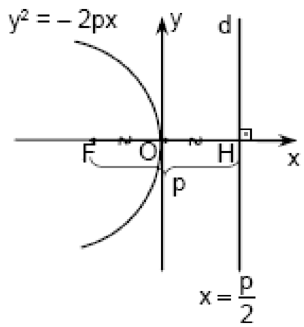
//

$p > 0$ olmak üzere;

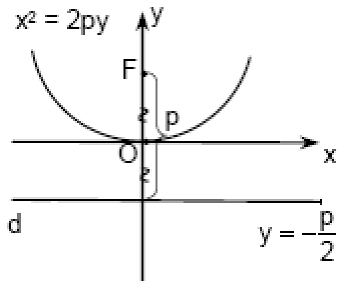
i) Odağı $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ ve doğrultmanı $x = -\frac{p}{2}$ olan parabolün kolları sağa doğrudur.



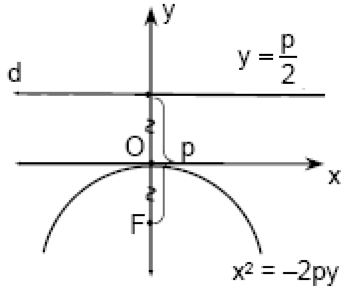
ii) Odağı $F\left(-\frac{p}{2}, 0\right)$ ve doğrultmanı $x = \frac{p}{2}$ olan parabolün kolları sola doğrudur.



iii) Odağı $F\left(0, \frac{p}{2}\right)$ ve doğrultmanı $y = -\frac{p}{2}$ olan parabolün kolları yukarı doğrudur.

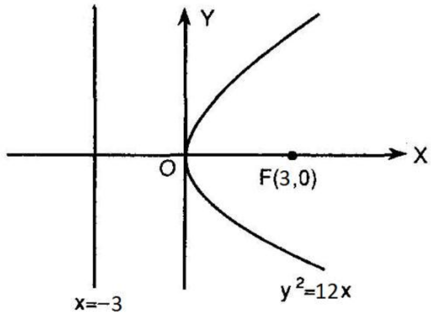


iv) Odağı $F\left(0,-\frac{p}{2}\right)$ ve doğrultmanı $y=\frac{p}{2}$ olan parabolün kolları aşağı doğrudur.



Örnek: Doğrultmanı $x=-3$ köşesi $O(0,0)$ olan parabolün denklemini bulunuz.

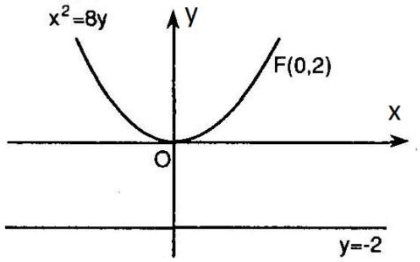
Çözüm: $x=-\frac{p}{2}=-3$ ise $p=6$ dir.
Odağı $F\left(\frac{p}{2},0\right)=F(3,0)$
Denklemi $y^2=2px=12x$ dir.



Örnek: Doğrultmanı $y=-2$ ve odağı $F(0,2)$ olan parabolün denklemi nedir?

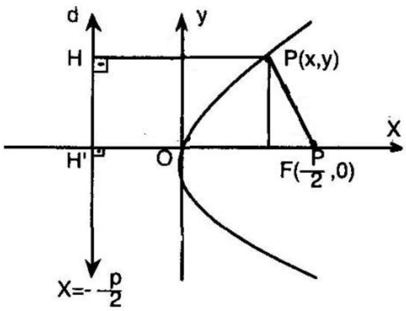
Çözüm: $y=-2=-\frac{p}{2}$ ise $p=4$ dür.

Odağı F(0, 0) dir.
Denklemi $y^2 = 2px = 8x$ dir.



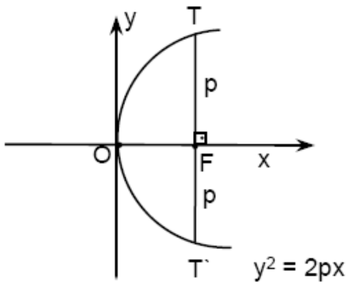
PARABOLÜN DIŞ MERKEZİ

5.4. Tanım: Bir parabolde daima $e = \frac{|PH|}{|PF|} = 1$ olmaktadır. Bu e sayısına parabolün dış merkezliği denir.



PARABOLÜN PARAMETRESI

5.5. Tanım: Parabolün odağından simetri eksenine dik çizilen kirişin uzunluguna parabolün parametresi denir.



[TT`] parabolün parametresi

$|TT'| = 2p$

Örnek: $y^2 = 10x$ parabolünün odağından geçen ve x eksenine dik olan parabolün parametresinin uzunluğu nedir?

Çözüm: $x = \frac{5}{2}$ doğrusu ile $y^2 = 10x$ parabolünün ortak çözümü T ve T′ noktalarını verecektir.

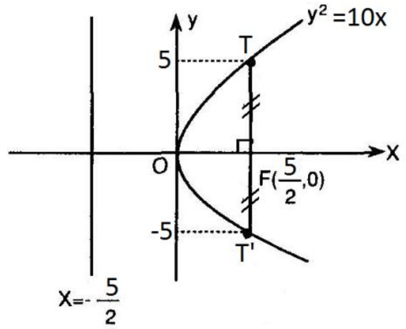
$y^2 = 10\left(\frac{5}{2}\right) = 25$

$y = \pm 5$

$A\left(\frac{5}{2}, 5\right)$ ve $F\left(\frac{5}{2}, -5\right)$

olup

$|AB| = |AF| + |BF| = 5 + 5 = 10$



dir.

PARABOL İLE DOĞRUNUN BİRBİRİNE GÖRE DURUMLARI

$y^2 = 2px, p > 0$ parabolü ile $y = mx + n$ doğrusunu ele alalım.

$(mx + n)^2 = 2px$

$m^2x^2 + 2mnx + n^2 = 2px$

$m^2x^2 + (2mn - 2p)x + n^2 = 0$

ikinci dereceden denklemde,

$\Delta = (2mn - 2p)^2 - 4m^2n^2$

$= 4m^2n^2 - 8mnp + 4p^2 - 4m^2n^2$

$= 4p(p - 2mn)$

bulunur. Burada $4p > 0$ olduğundan,

$\Delta_1 = p - 2mn$

alınabilir.

i) $\Delta_1 = p - 2mn > 0$ doğru parabolü 2 farklı noktada keser.

ii) $\Delta_1 = p - 2mn = 0$ doğru parabolü teğettir.
iii) $\Delta_1 = p - 2mn < 0$ doğru parabolü kesmez.

Örnek: $y^2 = 12x$ parabolünün $y - 3x + k = 0$ doğrusuna teğet olması için k'nın alabileceği değerler nelerdir?

Çözüm: $p = 6, m = 3, n = -k$

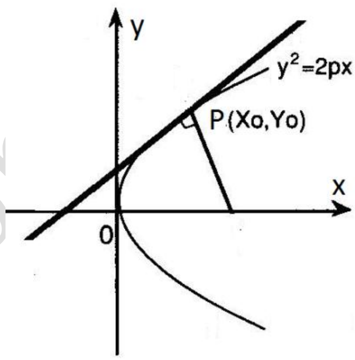
Teğet olma şartından,
$\Delta_1 = p - 2mn$
$6 - 2 \cdot 3(-k) = 0$
$k = 1$
bulunur.

PARABOLE TEĞET ve NORMALİN DENKLEMİ

5.2. Teorem: $y^2 = 2px, p > 0$ parabolü üzerindeki $P(x_0, y_0)$ noktasından çizilen teğetin denklemi;

$$y \cdot y_0 = p(x + x_0)$$

dir.



İspat: $P(x_0, y_0)$ noktası teğet üzerinde olduğundan doğrunun denklemini sağlar. Buna göre;
$y_0 = mx_0 + n$
dir. Bu değeri teğet olma şartında yerine yazarsak,

$$\Delta_1 = p - 2mn = 0$$

$$= p - 2m(y_0 - mx_0) = 0$$

$$= 2x_0m^2 - 2y_0m + p = 0$$

bulunur. Doğru parabole teğet olduğundan 2. oluşan bu denklemin kökleri birbirine eşittir.

$$m_1 = m_2 = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2y_0}{2 \cdot 2x_0} = \frac{y_0}{2x_0}$$

olduğunda teğetin eğimi $m_T = -\frac{y_0}{2x_0}$ olur. Bu eğimi doğru denkleminde yerine yazarsak,

$$n = y_0 - mx_0 = y_0 - \left(\frac{y_0}{2x_0}\right) x_0 = \frac{y_0}{2}$$

bulunur. Buna göre doğru;

$$y = mx + n = \frac{y_0}{2x_0} x + \frac{y_0}{2}$$

$$y \cdot y_0 = \frac{y_0^2}{2x_0} x + \frac{y_0^2}{2}$$

$$y \cdot y_0 = \frac{2px_0}{2x_0} x + \frac{2px_0}{2}$$

$$y \cdot y_0 = px + px_0 = p(x + x_0)$$

olur. //

Bu teoremde teğetin eğimi türev yöntemiyle de bulunur.

5.3. Teorem: $y^2 = 2px, p > 0$ parabolü üzerindeki $P(x_0, y_0)$ noktasından çizilen normalin denklemi;

$$y - y_0 = \frac{y_0}{p}(x - x_0)$$

dir.

İspat: 5.2. teoremde $P(x_0, y_0)$ noktasındaki teğetin eğimi $m_T = \frac{y_0}{2x_0}$ olarak bulunmuştu. Normalin eğimi teğetin eğimine dik olacağından normalin eğimi,

$$m_N \cdot m_T = -1$$

$$m_N \left(\frac{y_0}{2x_0}\right) = -1$$

$$m_N = -\frac{2x_0}{y_0} = -\frac{2px_0}{py_0} = -\frac{y_0^2}{py_0} = \frac{y_0}{p}$$

dir. Buna göre $P(x_0, y_0)$ noktasındaki normalin denklemi,

$$y - y_0 = \frac{y_0}{p}(x - x_0)$$

olur.

Örnek: $y^2 = \frac{8}{3}x$ parabolü üzerindeki $P(6,4)$ noktasından çizilen teğetin ve normalin denklemi nedir?

Çözüm: $p = \frac{4}{3}$, $m_T = \frac{y_0}{2x_0} = \frac{4}{2 \cdot 6} = -\frac{1}{3}$ ve $m_N = \frac{y_0}{p} = \frac{4}{\frac{4}{3}} = 3$

Teğetin denklemi

$$y \cdot y_0 = p(x + x_0)$$
$$y \cdot 4 = \frac{4}{3}(x - 6)$$
$$3y - x + 6 = 0$$

Normalin denklemi

$$y - y_0 = \frac{y_0}{p}(x - x_0)$$
$$y - 4 = \frac{4}{\frac{4}{3}}(x - 6)$$
$$y - 3x + 14 = 0$$

olur.

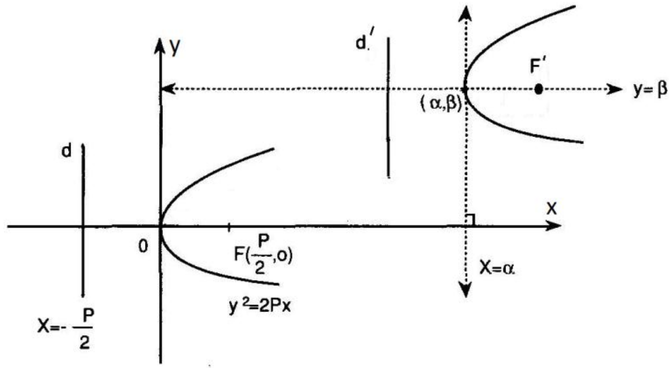
5.6. Tanım: Bir parabole dışındaki $M(x_0, y_0)$ noktasından çizilen iki teğetin değme noktalarını birleştiren doğru parçasına değme kirişi denir. $y^2 = 2px$ parabolünde değme kirişinin denklemi;

$$y \cdot y_0 = p(x + x_0)$$

dır.

PARABOLÜN ÖTELENMESİ

5.4. Teorem: Merkezi $M(\alpha, \beta)$ noktasında olan parabolün denklemi;



$$(y-\beta)^2 = 2p(x-\alpha)$$

dir.

Bu teoremi ispatı 5.1. teoremin ispatına benzer şekilde olduğundan okuyucuya bırakılmıştır.

5.7. Tanım: Merkezi M(0, 0) noktasında olan parabolün $y^2 = 2px$ denklemi merkezi M(α,β) noktasında olan parabolün $(y-\beta)^2 = 2p(x-\alpha)$ noktasına taşınmasına hiperbolün ötelenmesi adı verilir.

Ötelenmiş hiperbolün;
Merkezi : $M(\alpha, \beta)$
Odağı : $F\left(\alpha + \frac{p}{2}, \beta\right)$
Doğrultmanı : $x = \alpha - \frac{p}{2}$

Örnek: $y^2 = 5x$ parabolünün M(4, 3) noktasına ötelemesinin denklemini bulunuz.

Çözüm: $(y-4)^2 = 4(x-3)$
$y^2 - 8y + 16 = 4x - 12$
$y^2 = 8y + 4x - 28$

Örnek: $y^2 - 8y - 4x - 8 = 0$ parabolünün odaklarını ve doğrultmanlarını bulunuz.

Çözüm: $y^2 - 8y = 4x + 8$
$y^2 - 8y + 16 - 16 = 4x + 8$
$(y-4)^2 = 4(x+6)$
Odağı : M(4, –6)

Doğrultmanı : $x = \alpha - \frac{p}{2} = 4 - \frac{2}{2} = 3$

5.1. Not: $y = ax^2 + bx + c$ parabolünün;

Merkezi : $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$

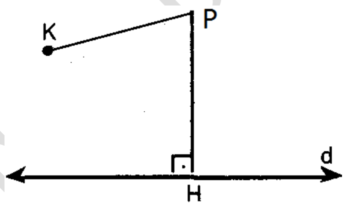
Odağı : $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a} + \frac{1}{4a}\right)$

Doğrultmanı : $y = \frac{4ac-b^2}{4a} - \frac{1}{4a}$

KONİKLER

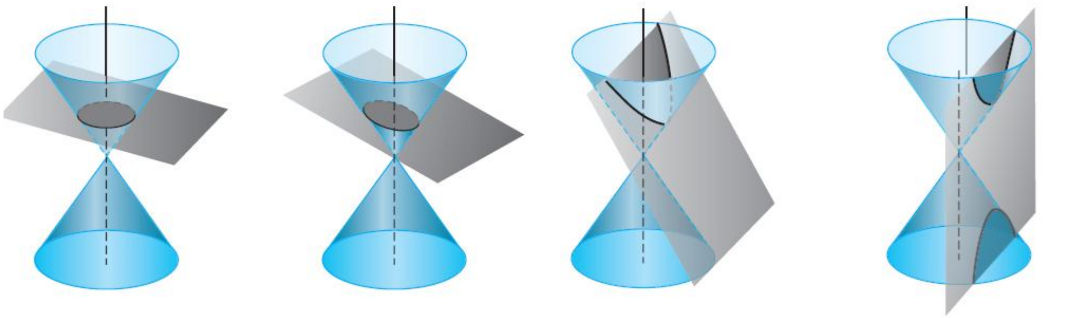
Nokta, doğru, çember, elips, parabol ve hiperbol bir denklem altında birleştirilir. Birleştirilen bu denkleme konik denilecektir.

5.8. Tanım:



Düzlemde değişmeyen K noktası ile değişmeyen d doğrusu verilmiş olsun. K noktasına uzaklığının d doğrusuna uzaklığına olan oranı sabit kalan noktaların geometrik yerine konik denir. Şekilde P aranan noktadır. Burada $\frac{|HP|}{|KP|} = e$ ile gösterilir.

i) $e < 1$ ise konik elipstir.
ii) $e = 1$ ise konik paraboldür.
iii) $e > 1$ ise konik hiperboldür.



Çember: düzlem, koni eksenine dik

Elips: düzlem, koni eksenine eğik

Parabol: düzlem, koni kenarına paralel

Hiperbol: düzlem, her iki koniyi de keser

Koniğin genel denklemi,

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

şeklindedir. Bu denklemde $B = 0$ ise standart konik denklemi adı verilir. Bu denklemde özel olarak $A = C$ ve $B = 0$ seçilirse çember denklemi olur.

Bu denklemde $\Delta = B^2 - 4AC$ olarak tanımlansın.

i) $\Delta = B^2 - 4AC < 0$ ise elips, çember, nokta veya boş küme belirtir.
a) $A = C$ ve $B = 0$ ise çember, nokta veya boş kümedir.
b) $A \neq C$ ve $B \neq 0$ ise elips, nokta veya boş kümedir.

ii) $\Delta = B^2 - 4AC = 0$ ise parabol, paralel iki doğru veya çakışık iki doğru belirtir.
a) Denklem çarpanlara ayrılabiliyorsa, paralel veya çakışık iki doğru belirtir.
b) Çarpanlara ayrılmıyor ise parabol belirtir.

iii) $\Delta = B^2 - 4AC > 0$ ise hiperbol veya keşişen iki doğru belirtir.
a) Denklem birinci dereceden asal iki çarpana ayrılamıyorsa hiperbol belirtir.
b) Denklem birinci dereceden iki çarpana ayrılamıyorsa kesişen iki doğru belirtir.

5.2. Not: $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ konik denkleminde x'li ve y'li terimlerin yok edilmesi için,

$$\alpha = \frac{2CD - BE}{B^2 - 4AC} \text{ ve } \beta = \frac{2AE - BD}{B^2 - 4AC}$$

olmak üzere $x = X + \alpha$ ve $y = Y + \beta$ ötelemesi yapılır.

Bu öteleme denklemi için yeterli bir formül değildir. Her zaman geçerli olmayabilir. Bununla ilgili Lineer Cebir dersleri Lineer Dönüşüm konusunda başka formüller verilecektir.

Örnek: $x^2+2y^2+6x-4y+7=0$ denklemi analitik düzlemde ne belirtir?

Çözüm: $A=1, B=0, C=2, D=6, E=-4, F=7$ dir.

$\Delta=B^2-4AC=0^2-4\cdot1\cdot2=-8<0$
olduğundan, denklem elips, çember, nokta ya da boş kümedir.

Koniğin standart denklemini bulmaya çalışalım.

$$\alpha=\frac{2CD-BE}{B^2-4AC}=\frac{2\cdot2\cdot6-0\cdot7}{0^2-4\cdot1\cdot2}=-3$$
$$\beta=\frac{2AE-BD}{B^2-4AC}=\frac{2\cdot1\cdot(-4)-0\cdot7}{0^2-4\cdot1\cdot2}=1$$

olduğundan $x=X+(-3)$ ve $y=Y+1$ ötelemesi yapılırsa

$$x^2+2y^2+6x-4y+7=0$$
$$(X-3)^2+2(Y+1)^2+6(X-3)-4(Y+1)+7=0$$
$$X^2-6x+9+2Y^2+4Y+2+6X-18-4Y-4+7=0$$
$$X^2+2Y^2=4$$
$$\frac{X^2}{4}+\frac{Y^2}{2}=1$$

elipsi elde edilir.

Örnek: $4x^2-9y^2-6y-1=0$ denklemi analitik düzlemde ne belirtir?

Çözüm: $A=1, B=0, C=-9, D=0, E=-6, F=-1$ dir.

$\Delta=B^2-4AC=0^2-4\cdot4\cdot(-9)=144>0$
Denklem hiperbol ya da kesişen iki doğru belirtir.

$$\begin{aligned}4x^2-9y^2-6y-1&=(2x)^2-(9y^2+6y+1)\\&=(2x)^2-(3y+1)^2\\&=(2x+3y+1)(2x-3y-1)=0\end{aligned}$$

$\left.\begin{matrix}2x+3y+1\\2x-3y-1\end{matrix}\right\}$ doğruları oluşur. $\frac{2}{2}\neq\frac{3}{-3}$ olduğundan denklem sistemi bir noktada kesişen iki doğru belirtir.

Örnek: $x^2+y^2-6x+8y+25=0$ denklemi analitik düzlemde ne belirtir?

Çözüm: $A=1, B=0, C=1, D=-6, E=8, F=25$ dir.

$\Delta=B^2-4AC=0^2-4\cdot 1\cdot 1=-4<0$

$D^2+E^2-4F=(-6)^2+8^2-4\cdot 25=0$
olduğundan denklem bir nokta beliritir. Bu nokta
$$\left(-\frac{D}{2},-\frac{E}{2}\right)=\left(-\frac{-6}{2},-\frac{8}{2}\right)=(3,-4)$$
dir.

Örnek: $px^2+2xy+y^2-x+y=0$ koniğinin parabol olması için, p'nin değeri kaç olmalıdır?

Çözüm: $A=p, B=2, C=1, D=-1, E=1, F=0$ dir.

$\Delta=B^2-4AC=2^2-4\cdot p\cdot 1=4-4p=0$
$p=1$
olur.

Örnek: $2x^2+xy+py^2+2x-4y-6=0$ koniğinin hiperbol olması için, p'nin değeri kaç olmalıdır?

Çözüm: $A=2, B=1, C=p, D=2, E=-4, F=-6$ dir.

$\Delta=B^2-4AC=2^2-4\cdot 1\cdot p=4-4p>0$
$p<1$
olmalıdır.

Örnek: $x^2-y^2-x+y=0$ koniği analitik düzlemde ne belirtir?

Çözüm: $A=1, B=0, C=-1, D=-1, E=1, F=0$ dir.

$\Delta=B^2-4AC=0^2-4\cdot 1\cdot(-1)=4>0$
olduğundan denklem birinci dereceden iki çarpana ayrılamıyorsa kesişen iki doğru belirtir.
$x^2-y^2-x+y=0$
$(x-y)(x+y)-(x-y)=0$

$(x-y)(x+y-1)=0$

$y=x$ ve $y=-x+1$

$m_1=1$ ve $m_2=-1$

eğimleri dik olan iki doğrudur.

ÇÖZÜMLÜ ALIŞTIRMALAR

Parabol

1. $y^2-6y-8x+49=0$ denkleminin merkezil parabol denklemi nedir?

A) $y^2=8x$ B) $y^2=6x$ C) $y^2=5x$ D) $y^2=4x$ E) $y^2=2x$

Çözüm: $y^2-6y-8x+49=0$

$y^2-6y+9-9=8x-49=0$

$(y-3)^2=8(x-5)$

Merkezil parabol denklemi ise;

$y^2=8x$

dir.

Cevap: A

2. $y=x^2$ parabolünün $P(2,4)$ noktasındaki teğetinin denklemi nedir?

A) $y=x+3$ B) $y=x+2$ C) $y=x+1$ D) $y=x$ E) $y=x-1$

Çözüm: Teğetin eğimi $m=\frac{y_0}{2x_0}=\frac{4}{2\cdot 2}=1$

Teğetin denklemi $y-y_0=m(x-x_0)$

$y-4=1(x-2)$

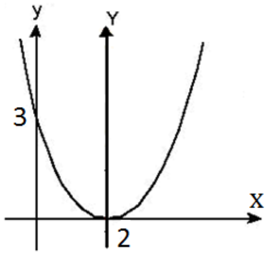
$y=x+2$

Cevap: B

3. $y=3x^2-12x+12$ parabolü veriliyor. Bu parabol $(0,0)$ noktasına kaydırıldığı takdirde, parabolün yeni denklemini ne olur?

A) $y=3x$ B) $y=x^2$ C) $y=3x^2$ D) $y=-3x^2$ E) $y=9x^2$

Çözüm: $y = 3x^2 - 12x + 12$
$y = 3(x^2 - 4x + 4)$
$y = 3(x-2)^2$



$X = x - 2, Y = y$ ötelemesi yapıldığında $Y = 3X^2$ denklemi elde edilir.

Cevap: C

4. $y = \frac{1}{8}x^2 - 2x + 2$ parabolünün odağı aşağıdaki noktalardan hangisidir?

A) (4, 0) B) (4,–1) C) (4, 4) D) (8, 4) E) (8, 0)

Çözüm: Verilen parabolün odak noktası, $F\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a} + \frac{1}{4a}\right)$ olduğuna göre,

$$-\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2\cdot\frac{1}{8}} = 8 \text{ ve } \frac{4ac-b^2}{4a} + \frac{1}{4a} = \frac{4\cdot\frac{1}{8}\cdot 2-(-2)^2}{4\cdot\frac{1}{8}} + \frac{1}{4\cdot\frac{1}{8}} = 0$$

bulunur. Şu halde (8, 0) dir.

Cevap: E

5. $y^2 = 12x$ parabolünün odağının apsisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

Cevap: $y^2 = 12x$ parabolü için odağının koordinatları $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ dır. Ayrıca $p = 6$ bulunur. Buna göre,

$$\frac{p}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

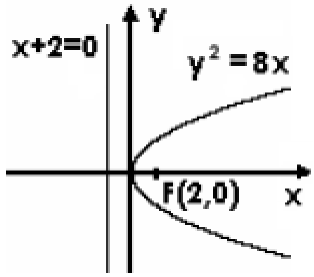
dir.

Cevap: D

6. Odağı F(2,0) ve doğrultmanı $x+2=0$ olan parabolde p'nin değeri nedir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Cevap: Önce parabolün grafiğini çizelim.



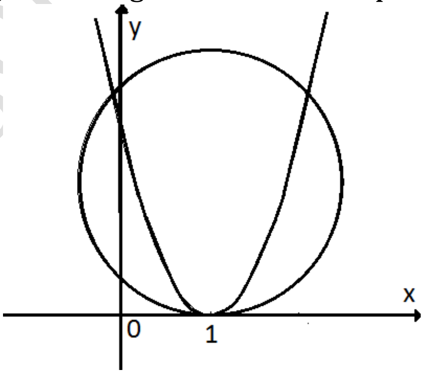
Odak noktasının koordinatları cinsinden parabol denklemi; $F\left(\frac{P}{2},0\right)=(2,\ 0)$ için $\frac{p}{2}=2$ ise $p=4$ bulunur. Buna göre parabolün denklemi $y^2=12x$ olur.

Cevap: B

7. $y=(x-1)^2$ parabolü ile çemberi $(x-1)^2+(y-k)^2=16$ üç farklı noktada kesişiyor. Buna göre, k kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm: Parabol ve çemberin üç noktada kesişmesi için bir noktada teğet olmalıdır. Verilere göre bu teğet noktası ancak parabolün tepe noktasıdır.



Tepe noktasının koordinatları (1, 0) noktası olduğundan;

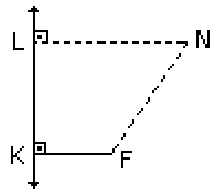
$$(x-1)^2+(y-k)^2=16$$
$$(1-1)^2+(0-k)^2=16$$
$$k=\pm 4$$

bulunur.

Cevap: B

Konikler

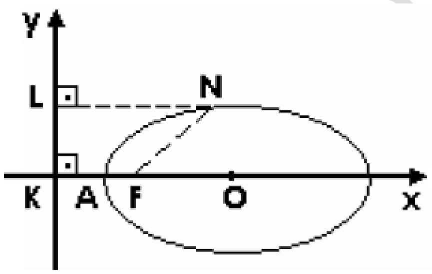
8.



Verilen şekil için $\frac{|NF|}{|NL|} = \frac{5}{4}$, N noktasının geometrik yeri olan koniğin yarı asal ekseninin uzunluğu ne olur?

A) Elips B) Hiperbol C) Parabol D) Çember E) Paralel İki Doğru

Çözüm:



Koniklerin dış merkezliği $e = \frac{|NF|}{|NL|}$ iken,

$e > 1$ ise konik bir hiperboldur
$e = 1$ ise konik bir paraboldür
$e < 1$ ise konik bir elipstir

Şu halde $e = \frac{|NF|}{|NL|} = \frac{c}{a} = \frac{5}{4} > 1$ olduğuna göre hiperboldür.

Cevap: C

9. $2x^2 - 4xy + 2y^2 - 5x + 5y = 0$ denklemi analitik düzlemde ne belirtir?

A) Elips B) Hiperbol C) Parabol D) Çember E) Paralel İki Doğru

Çözüm: $A = 2, B = -4, C = 2, D = -5, E = 5, F = 0$ dir.

$\Delta = B^2 - 4AC = (-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 0$
olduğundan denklem parabol, paralel ya da çakışık iki doğru belirtir.

$$2x^2 - 4xy + 2y^2 - 5x + 5y = 2(x^2 - 2xy + y^2) - 5(x - y)$$
$$= 2(x - y)^2 - 5(x - y)$$
$$= (x - y)(2x - 2y - 5) = 0$$

olur ki bu bize $x - y = 0$ ve $2x - 2y - 5 = 0$ doğrularını verir. Bu iki doğrunun eğimleri eşit olduğundan paralel iki doğru belirtir.

Cevap: E

10. $\{(x,y) : x = 2 + 3\cos t\,, y = 4 + 5\sin t\,, t \in \mathbb{R}$ denklemi analitik düzlemde ne belirtir?

A) Elips B) Hiperbol C) Parabol D) Çember E) Paralel İki Doğru

Çözüm:

$x = 2 + 3\cos t$ ise $\cos t = \frac{x-2}{3}$

$y = 4 + 5\sin t$ ise $\sin t = \frac{y-4}{5}$

olduğundan

$$\sin^2 t + \cos^2 t = \left(\frac{y-4}{5}\right)^2 + \left(\frac{x-2}{3}\right)^2$$

$$\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y-4)^2}{25} = 1$$

elipsi elde edilir.

Cevap: A

11. $x^2 + kxy + y^2 - x + y = 0$

koniğinin bir parabol göstermesi için k'nin değeri ne olmalıdır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

Çözüm: Koniklerin genel denkleminde denklemin parabol belirtmesi için,

$$\Delta = B^2 - 4AC = 0$$
$$\Delta = k^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 0$$
$$k = 2$$

dir.

Cevap: D

KAYNAKÇA

1. H. Hilmi HACISALİHOĞLU, 2ve 3 Boyutlu Uzayda Analitik Geometri, 7. Bakı, 2005, ANKARA.
2. H. Hilmi HACISALİHOĞLU, Lise Matematik 1, 2, 3, Serhat Yayınları A.Ş. İstanbul, 2001.
3. M. Zeki DERMAN, Ökkeş ÖZKÖSELER, Bayram ÇETİNER, Zafer Yayınları, Ankara, 2005.
4. Ali Rıza İLDENİZ, İsmet PARILDAR, Kemal ALAGÖZ, Tacim GÖLPINAR, Sayısal 1-2, Modern Matematik, Yıldırım Yayınları, 1986, ANKARA.
5. Hüseyin UÇAR, Ali ÖRNEK, Analitik Geometri, İlköğretim Matematik Alan Bilgisi, ABY yayınları, 2014, ANKARA.
6. Emrullah KAPLAN, Analitik Geometri, Etkin Yayıncılık, 2001, ANKARA.
7. Nevzat ASMA, Halit BIYIK, 12. Sınıf Analitik Geometri Konu Özetli oru Bankası, Esen Yayınları, 2008, ANKARA.
8. Mehmet GÜRKAN, Abdullah DEMİRALP, Tahsin PELİT, Analitik Geometri, Lise Ders Kitabı, Başarı Yayınları, Ankara, 2011.
9. Prof. Dr. Yusuf AVCI, Prof. Dr. Ahmet DERNEK, Öğr. Müyesser SAKA, Lise Analitik Geometri Ders Kitabı, Deniz Yayınevi, İstanbul, 2001.